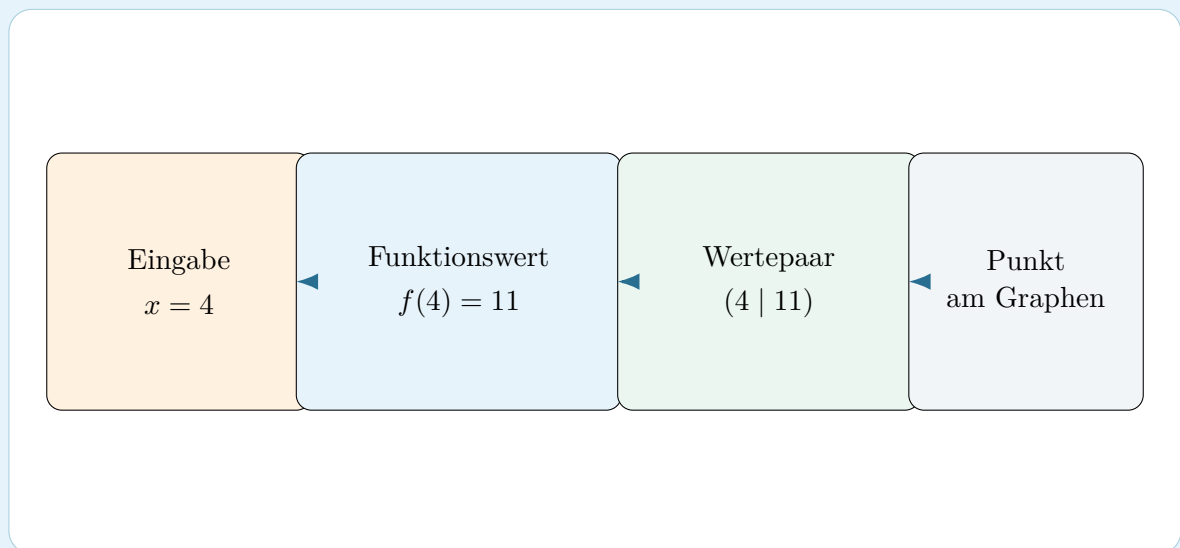


Funktionswerte und Wertepaare ermitteln

FA 1.4 - Werte aus Formel, Tabelle und Graph lesen



$f(a) = b$ und $(a \mid b)$ beschreiben dieselbe Zuordnung.
Die gesuchte Größe entscheidet über die Leserichtung.

Schülergerechte Zusammenfassung mit Beispielen, Übungen und Lösungen

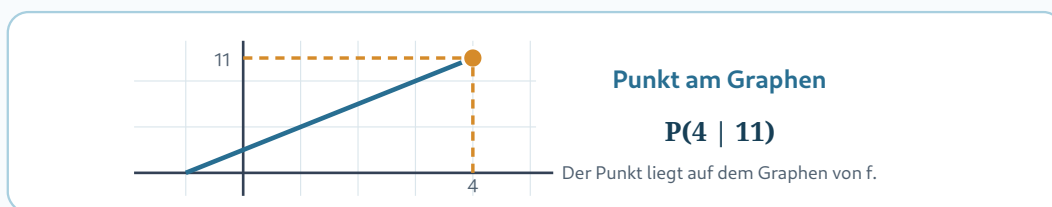
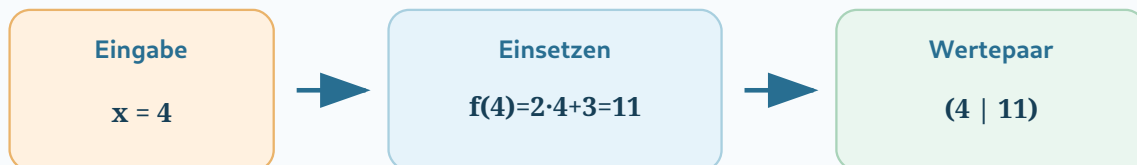
1. Funktionswert und Wertepaar

Eine Funktion ordnet jeder zulässigen Eingabe x genau einen Funktionswert $f(x)$ zu.

$$f(a) = b \iff (a \mid b) \text{ liegt auf dem Graphen von } f.$$

Eingabe → Funktionswert → Wertepaar → Punkt

Alle vier Schreibweisen beschreiben dieselbe Zuordnung.



Kernidee: $f(4) = 11$, das Wertepaar $(4 \mid 11)$ und der Punkt $P(4 \mid 11)$ beschreiben dieselbe Zuordnung.

Reihenfolge

Im Wertepaar steht zuerst die Eingabe und danach der Funktionswert. Aus $f(4) = 11$ wird daher $(4 \mid 11)$ und nicht $(11 \mid 4)$.

2. Funktionswerte aus Formeln

Gegeben sei

$$f(x) = 2x + 3.$$

Gesucht ist $f(4)$.

1. Jedes x durch 4 ersetzen:

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 3.$$

2. Berechnen:

$$f(4) = 11.$$

3. Wertepaar notieren:

$$(4 \mid 11).$$

$f(4)$ wird „ f von 4“ gelesen. Es bedeutet nicht $f \cdot 4$.

Probe

Setze die erste Koordinate eines Punktes in die Formel ein. Entsteht die zweite Koordinate, liegt der Punkt auf dem Graphen.

3. Negative Eingaben und Klammern

Gegeben ist

$$g(x) = x^2 - 1.$$

Gesucht ist $g(-3)$.

$$g(-3) = (-3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8.$$

Sicherheitsregel: Beim Einsetzen wird jedes x vollständig durch den eingesetzten Wert samt Klammern ersetzt.

Ohne Klammern würde

$$-3^2 = -9$$

bedeuten. Mit Klammern gilt dagegen

$$(-3)^2 = 9.$$

Mehrere Vorkommen

Bei

$$h(x) = x^2 + 2x - 1$$

muss die Eingabe an beiden Stellen eingesetzt werden:

$$h(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 1 = -1.$$

4. Vorwärts- und Rückwärtsfragen

Vorwärts lesen oder rückwärts fragen?

Die gesuchte Größe entscheidet über die Richtung.

Vorwärtsfrage

Eingabe gegeben $\rightarrow$ Funktionswert gesucht

gegeben
 $x=4$



gesucht
 $f(4)$

$$f(x)=2x+3$$

$$f(4)=11$$

Einsetzen und ausrechnen.

Rückwärtsfrage

Funktionswert gegeben $\rightarrow$ Eingabe(n) gesucht

gegeben
 $f(x)=8$



gesucht
 x

$$f(x)=x^2-1$$

$$x^2-1=8 \Rightarrow x=-3 \text{ oder } x=3$$

Es kann mehrere passende Eingaben geben.

Vorwärtsfrage

Die Eingabe ist gegeben, der Funktionswert wird gesucht. Man setzt ein oder liest bei der Eingabe ab.

$$x = 4 \implies f(4) = ?$$

Rückwärtsfrage

Der Funktionswert ist gegeben, passende Eingaben werden gesucht.

$$f(x) = 8 \implies x = ?$$

Für $f(x) = x^2 - 1$ gilt:

$$x^2 - 1 = 8 \implies x = -3 \text{ oder } x = 3.$$

Zu einem Funktionswert können mehrere verschiedene Eingaben gehören. Bei Rückwärtsfragen müssen alle passenden Werte genannt werden.

5. Werte aus Tabellen

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	5	2	1	2	5

Funktionswert gesucht

Für $f(-1)$ wird die Spalte beziehungsweise Zeile mit $x = -1$ gelesen:

$$f(-1) = 2.$$

Argumentwert gesucht

Für $f(x) = 5$ werden alle Einträge mit dem Funktionswert 5 gesucht:

$$x = -2 \quad \text{oder} \quad x = 2.$$

Wertepaare

Die Tabelle enthält unter anderem

$$(-2 \mid 5), \quad (-1 \mid 2), \quad (0 \mid 1).$$

Bei einer Rückwärtsfrage nicht beim ersten Treffer aufhören. Prüfe die gesamte Tabelle.

6. Werte aus Graphen

Drei Darstellungen - derselbe Wert

Für $x = 2$ ergibt sich in jeder Darstellung $f(2) = 5$.

Formel

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(2) = 2 \cdot 2 + 1$$

$$f(2) = 5$$

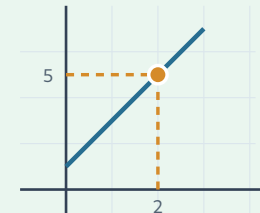
Eingabe einsetzen.

Tabelle

x	f(x)
1	3
2	5

Zeile zu $x = 2$ lesen.

Graph



$f(2) = 5 \iff (2 \mid 5)$ liegt auf dem Graphen

Funktionswert $f(a)$

Bei a auf der x -Achse beginnen, senkrecht zum Graphen und danach waagrecht zur y -Achse gehen.

Argumentwerte zu $f(x) = b$

Bei b auf der y -Achse beginnen, waagrecht zum Graphen und von allen Schnittpunkten senkrecht zur x -Achse gehen.

Liegt ein Wert nicht eindeutig auf einem markierten Gitterpunkt, wird er als Näherungswert mit $\approx$ angegeben.

7. Kontext, Einheiten und Genauigkeit

Gegeben sei die Kostenfunktion

$$K(x) = 4x + 12,$$

wobei x die Stückzahl und $K(x)$ die Kosten in Euro bezeichnet.

$$K(5) = 4 \cdot 5 + 12 = 32.$$

Bei einer Produktion von 5 Stück betragen die Gesamtkosten 32 £.

Eine vollständige Deutung nennt:

- Bedeutung der Eingabe,
- Bedeutung des Funktionswertes,
- Einheit,
- Bezug zur Situation,
- gegebenenfalls Gültigkeitsbereich und Ablesegenauigkeit.

Ein aus einer Zeichnung geschätzter Wert wird nicht durch zusätzliche Nachkommastellen genauer.

8. Typische Fehler und Übungen

Fehler	Korrektur
$f(4)$ als Produkt lesen	$f(4)$ ist der Funktionswert bei der Eingabe 4.
Koordinaten vertauschen	Aus $f(4) = 11$ folgt $(4 \mid 11)$.
Negative Eingabe ohne Klammer	Beim Einsetzen (-3) schreiben.
$f(3)$ und $f(x) = 3$ verwechseln	Vorwärts- und Rückwärtsfrage unterscheiden.
Nur eine Rückwärtslösung nennen	Alle Treffer in Formel, Tabelle oder Graph prüfen.
Ablesewert exakt nennen	Bei Schätzungen $\approx$ verwenden.
Einheit vergessen	Ergebnis im Kontext vollständig deuten.

Übungen

1. Für $f(x) = 3x - 2$: Bestimme $f(5)$ und das Wertepaar.
2. Für $g(x) = x^2 - 4$: Bestimme $g(-2)$.
3. Löse $x^2 - 1 = 8$ und nenne alle Wertepaare.
4. Aus einer Tabelle gilt $f(-1) = 4$. Notiere das Wertepaar.
5. Prüfe, ob $P(3 \mid 7)$ auf $f(x) = 2x + 1$ liegt.

9. Lösungen und Zusammenfassung

Lösungen

1. $f(5) = 13$, also $(5 \mid 13)$.
2. $g(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$.
3. $x = -3$ oder $x = 3$; Wertepaare $(-3 \mid 8)$ und $(3 \mid 8)$.
4. $(-1 \mid 4)$.
5. $f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$; der Punkt liegt auf dem Graphen.

Das Wichtigste

- $f(a) = b$ und $(a \mid b)$ beschreiben dieselbe Zuordnung.
- Für $f(a)$ beginnt man bei der Eingabe.
- Für $f(x) = b$ sucht man alle passenden Eingaben.
- Negative Eingaben werden mit Klammern eingesetzt.
- Formel, Tabelle und Graph müssen dieselben Wertepaare liefern.
- Kontext, Einheit und Genauigkeit gehören zur Antwort.

Abschlusscheck: Was ist gegeben, was ist gesucht, in welche Richtung muss gelesen werden, und wie wird das Ergebnis gedeutet?